

УДК 551.551.8

© 2017

*О.В. Демиденко,**доктор сільсько-
господарських наук**Черкаська державна
сільськогосподарська
дослідна станція
Національного наукового
центру «Інститут
землеробства НААН»***ФРАКТАЛЬНИЙ АНАЛІЗ
КЛІМАТИЧНИХ ПАРАМЕТРІВ
ТА ПРОДУКТИВНОСТІ
ЗЕРНОВИХ КУЛЬТУР**

Мета. Аналіз довгострокових рядів кліматичних параметрів і рядів динаміки продуктивності зернових культур (пшениці озимої та кукурудзи) залежно від системи адаптаційних заходів (удобрення, обробітку), визначення їх класифікаційних ознак відповідно до фрактальних властивостей, виявлення основних тенденцій подальшого розвитку та здійснення прогнозу на майбутнє в агроценозах Центрального Лівобережного Лісостепу. **Методи.** Польовий експеримент, метеорологічне спостереження, фрактальне оцінювання статистичної інформації. **Результати.** Крім річного циклу, чітко виявляється 12-річний кліматичний цикл, причиною якого може бути сонячна активність. Циклічність зміни врожайності зернових культур становить 4–5 років. **Висновки.** Зміна клімату, зокрема підвищення температури в умовах центральної частини Лівобережного Лісостепу, сприяє підвищенню врожайності сучасних гібридів кукурудзи та пшениці озимої за весь період досліджень.

Ключові слова: кліматичні параметри, продуктивність зернових культур, фрактальний аналіз, показник Херста, обробіток ґрунту, агроценоз.

Дослідження довгострокових рядів агрокліматичних параметрів і врожайності сільськогосподарських культур — важлива й актуальна проблема, розв'язанням якої є використання статистичних часових рядів даних спостережень за основними кліматичними характеристиками [1]. У рядах динаміки кліматичних параметрів та врожайності закодовано інформацію про минулий і теперішній їхній стан. Отримання її за допомогою методу «розкодування» часових рядів є надзвичайно важливим, оскільки цю інформацію можна використати

для прогнозування подальшої її динаміки.

Численні дослідження останніх десятиріч показали, що більшість динамічних процесів у природі мають фрактальну геометрію [2–5]. Фрактальність означає самоподібність [6–9], тобто на різних масштабах часовий ряд зберігає свою структуру. У роботі [5] зазначається, що будь-який спосіб оцінювання можливості прогнозування зміни в часі показників динамічного ряду потребує врахування фрактальних властивостей самого часового ряду. Різного роду фрактальні структури у відкритих динамічних

системах зумовлюють фрактальну поведінку показників таких систем. У роботах [7, 8, 10, 11] наведено алгоритм визначення показника Херста, що характеризує ці властивості. Динаміка відкритих динамічних систем відображається у вигляді часових рядів, які є основою для аналізу, моделювання та прогнозування подальшого їхнього розвитку, а якість прогнозування залежатиме від того, наскільки правильно проведено оцінку системи щодо її детермінованості. Сучасний математичний інструментарій, зокрема R/S-аналіз, запропонований Херстом [6, 7], є потужним засобом, який дає змогу встановити «ступінь хаотичності» системи. Якщо часовий ряд виявляє довготермінову пам'ять, тобто відповідна система значною мірою є детермінованою, ефективніше застосовувати метод нормованого розмаху Херста. Поставлене завдання вирішується із застосуванням методів R/S-аналізу. Цей метод дає можливість досліджувати ефекти довготривалої пам'яті в часових рядах урожайності і кліматичних параметрів [10, 11], а за певних його модифікацій прогнозувати циклічність урожайності та кліматичних параметрів у довгострокових рядах спостережень [12, 13].

Мета досліджень — проведення аналізу довгострокових рядів кліматичних параметрів і рядів динаміки продуктивності зернових культур (пшениці озимої та кукурудзи) залежно від системи адаптаційних заходів (удобрення, обробітку), визначення їх класифікаційних ознак відповідно до фрактальних властивостей, виявлення основних тенденцій подальшого розвитку та здійснення прогнозу на майбутнє в агроценозах Центрального Лівобережного Лісостепу.

Методика досліджень. Дослідження проводили в умовах центральної частини Лівобережного Лісостепу в довгостроковому стаціонарному досліді Драбівського дослідного поля Черкаської державної дослідної станції «ННЦ «Інститут землеробства НААН». Ґрунтові умови та схему довгострокового дослідження показано в попередніх публікаціях [14, 15].

Методика статистичних обрахунків. Алгоритм розрахунку показника Херста, застосований на R/S-аналізі, можна провести за методикою [10].

Спочатку визначаються відхилення від середнього значення, де N — довжина періоду, який змінюється від 2 до «довжини часового ряду»; t — змінна, значення якої коливається від 1 до $N-1$; MN — середнє значення N елементів; e — конкретний елемент часового ряду. На кожній ітерації отримуємо $N-1$ значень Xt , N . Далі відбувається нормування розмаху діленням на стандартне відхилення S , яке міститься по N значеннях. Логарифмуємо R/S та N і будемо на основі отриманих даних графік функції залежності значення R/S у логарифмічному масштабі. На графіку функції $\ln(R/S)$ від $\ln(t)$ знаходимо нахил через лінійну апроксимацію. Тангенс кута цього нахилу і є показником Херста, який пов'язаний із фрактальною розмірністю D кривої співвідношенням: $D = 2 - H$, де D — фрактальна розмірність кривої.

Показник H за аналогією з узагальненим броунівським рухом може набувати значень від 0 до 1: ($0 < H < 0,5$) або ($1,5 < D < 2$) — антиперсистентний або ергодичний часовий ряд («рожевий шум»), спостерігається контртрендовість, схильність динамічної системи до постійної зміни тенденції (підвищення змінюється зниженням та навпаки). Стійкість антиперсистентної поведінки ряду залежить від того, наскільки H є близьким до нуля. Чим він ближче, тим ряд мінливіший або волатильний. Такий тип системи часто називають «повернення до середнього»; ($H = 0,5$) або ($D = 1,5$) — числовий ряд абсолютно випадковий або стохастичний («білий шум»), відсутність довготривалої статистичної залежності (випадкова поведінка показника); ($0,5 < H < 1$) або ($1 < D < 1,5$) — персистентний часовий ряд («чорний шум»), спостерігається тренд, збереження тенденції до підвищення чи зниження показника в минулому і майбутньому. При цьому, чим більше значення показника, тим частіше за його підвищенням настає підвищення, а за зниженням — зниження. Отже, відхилення значення показника Херста від 0,5 є своєрідним відображенням фрактальних властивостей процесів, які породжують часові ряди, а показник Херста пов'язаний із фрактальною розмірністю (D) кривої співвідношенням: $D = 2 - H$. Крім використання показника Херста, для аналізу тенденції

ряду використовують кореляційне співвідношення для оцінки автокореляційного впливу попередніх значень динамічного ряду на його наступні значення й визначення майбутньої тенденції: $C=2^{2H-1}$, де C — міра автокореляції, H — показник Херста [6].

Результати досліджень. Динамічні ряди зміни атмосферних опадів за 100 років спостережень мали антиперсистентний характер ($H=0,291-0,335$, $\Phi_r=1,67-1,71$ (фрактальна розмірність), а коефіцієнт автокореляції часового ряду становив: $C=-0,205-0,335$. Аналогічними показниками оцінюється часовий ряд за 20 і 40 років зміни кількості атмосферних опадів за періодами спостережень. За зимовий період ряд набуває випадкового характеру ($H>0,354$), тобто наближається до середнього значення. Лише динамічний ряд зміни кількості атмосферних опадів за рік набув антиперсистентного (зростаючого) характеру. Коефіцієнти автокореляції між значеннями динамічного ряду мали значення: $C=-0,089: -0,224$. Розрахунок показника Херста (H) показав, що за 100 років спостережень його значення змінювалося в межах: $H=0,280-0,335$, а коефіцієнт автокореляції значень ряду становив: $C=-0,021: -0,331$. Ряди динаміки мають антиперсистентний характер. За 40 років спостережень показник Херста (H) за зимовий період і загалом за рік мав антиперсистентний характер, а за весну, літо, осінь та за вегетацію — випадковий характер. Коефіцієнти автокореляції в часових рядах мають менші значення відносно спостережень за 100 років. Показник Херста для рядів динаміки за 20 років характеризується як випадковий з вірогідністю 99,7%, тобто значення змінюються відносно середнього значення, а коефіцієнти автокореляції між значенням рядів динаміки змінюються в інтервалі $C=-0,112: -0,159$.

Оцінка динаміки середньодобової температури повітря за періодами спостережень показала наявну достовірність її зростання. За весняний період середні значення температури повітря за 40, 20, 10 і 5 років були достовірно вищими від середнього значення за 100 років: $t > 2,00$. Достовірно вищими виявилися середньодобові значення температури повітря за коротші періоди спостережень відносно середніх значень за 100 років

за літній та осінній періоди.

Лише середні показники за 40 років спостережень не мали достовірної різниці за 100 років спостережень. Річна середньодобова температура повітря за періодами спостережень була достовірно вищою відносно значень за 100 років. Розрахунок показника Херста (H) показав, що за 100 років спостережень його значення змінювалося в межах: $H=0,280-0,335$, а коефіцієнт автокореляції значень ряду становив: $C=-0,021-0,331$. Статистичні параметри суми активних температур (табл. 1) показали, що сума від'ємних температур за короткі відрізки спостережень достовірно вища відносно спостережень за 100 років. За квітень — травень підтверджено достовірність зростання суми активних температур за короткі відрізки часу ($t_{кр} C_t > 2,00$).

За червень — липень лише за 40 років сума активних температур недостовірно відрізняється від повного циклу досліджень. За теплий період року сума активних температур достовірно перевищує середнє значення за відрізки часу 20, 10 і 5 років відносно 100-річних спостережень, що свідчить про наростаючу аридизацію клімату.

Розрахунок показника Херста показав, що ряд динаміки за 100 років був антиперсистентним, а за коротші відрізки часу — випадковим, тобто в останньому випадку суми активних температур тяжіли до середніх значень виборок за 20, 10 і 5 років. Значення коефіцієнтів автокореляції знижуються зі скороченням періодів спостереження (див. табл. 1).

Середньобагаторічне значення ГТК за 100 і 40 років за квітень — травень відповідало достатньо зволоженим умовам, а значення ГТКС за 20 років більшою мірою тяжіли до рівня недостатнього зволоження. Умови зволоженості за червень — липень у середньому за 100 і 40 років спостережень тяжіли до слабопосушливих (ГТК=1,04–1,05), а за 20 років спостережень — до посушливих умов (ГТК=2,1–2,5). За показником Херста, динамічні ряди ГТКС за 100 і 20 років були антиперсистентними, фрактальна розмірність становила $\Phi=1,65-1,75$, а коефіцієнти автокореляції — $C=-0,189: -0,339$ та $C=-0,157: -0,241$ відповідно. Динамічний ряд 40-річних

1. Статистична оцінка параметрів клімату за періоди спостережень для умов Лівобережного Лісостепу за 1913–2015 рр. (Драбівське дослідне поле)

Періоди визначення, років	Статистичний параметр	Періоди визначення за:						Вірогідна характеристика ряду
		зиму	весну	літо	осінь	вегетацію	рік	
<i>Атмосферні опади, мм</i>								
100	Показник Херста (Н)	0,335	0,310	0,325	0,317	0,291	0,310	Антиперсистентний
	Фрактальна розмірність (ФР)	1,67	1,69	1,68	1,68	1,71	1,69	
	Коефіцієнт автокореляції ряду (С)	-0,205	-0,231	-0,215	-0,224	-0,332	-0,232	
40	Показник Херста (Н)	0,378*	0,344	0,325	0,375*	0,355	0,319	»
	Фрактальна розмірність (ФР)	1,63	1,65	1,67	1,63	1,65	1,68	
	Коефіцієнт автокореляції ряду (С)	-0,156	-0,195	-0,215	-0,159	-0,182	-0,222	
20	Показник Херста (Н)	0,410	0,362	0,415	0,388	0,432	0,319**	Випадковий
	Фрактальна розмірність (ФР)	1,59	1,64	1,59	1,61	1,56	1,68	
	Коефіцієнт автокореляції ряду (С)	-0,117	-0,174	-0,111	-0,156	-0,089	-0,224	
<i>Температура повітря, °С</i>								
100	Показник Херста (Н)	0,317	0,290	0,332	0,323	0,321	0,335	Антиперсистентний
	Фрактальна розмірність (ФР)	1,683	1,710	1,669	1,667	1,680	1,665	
	Коефіцієнт автокореляції ряду (С)	-0,224	-0,331	-0,205	-0,218	-0,221	-0,205	
40	Показник Херста (Н)	0,353	0,395	0,372	0,386	0,371	0,353	Випадковий
	Фрактальна розмірність (ФР)	1,647	1,605	1,628	1,614	1,629	1,647	
	Коефіцієнт автокореляції ряду (С)	-0,184	-0,135	-0,163	-0,146	-0,164	-0,184	
20	Показник Херста (Н)	0,412	0,375	0,388	0,403	0,416	0,401	»
	Фрактальна розмірність (ФР)	1,558	1,625	1,612	1,597	1,584	1,591	
	Коефіцієнт автокореляції ряду (С)	-0,159	-0,159	-0,156	-0,126	-0,112	-0,19	
<i>Σ t°C(еф)</i>								
100	Показник Херста (Н)	0,331	0,301	0,332	0,320	0,315	0,310	Антиперсистентний
	Фрактальна розмірність (ФР)	1,669	1,699	1,688	1,679	1,685	1,691	
	Коефіцієнт автокореляції ряду (С)	-0,209	-0,241	-0,205	-0,283	-0,292	-0,232	
40	Показник Херста (Н)	0,347**	0,389	0,369	0,371	0,378	0,381	Випадковий
	Фрактальна розмірність (ФР)	1,653	1,611	1,631	1,631	1,622	1,619	
	Коефіцієнт автокореляції ряду (С)	-0,191	-0,143	-0,166	-0,165	-0,156	-0,152	
20	Показник Херста (Н)	0,433	0,378	0,321	0,371	0,466	0,471	»
	Фрактальна розмірність (ФР)	1,567	1,622	1,681	1,631	1,534	1,532	
	Коефіцієнт автокореляції ряду (С)	-0,09	-0,156	-0,221	-0,165	-0,047	-0,041	
<i>ГТКС</i>								
100	Показник Херста (Н)	–	0,204	0,230	0,336	0,349	0,334	Антиперсистентний
	Фрактальна розмірність (ФР)	–	1,79	1,721	1,664	1,651	1,666	
	Коефіцієнт автокореляції ряду (С)	–	-0,337	-0,339	-0,203	-0,189	-0,206	
40	Показник Херста (Н)	–	0,305*	0,374	0,421	0,373	0,361	Випадковий
	Фрактальна розмірність (ФР)	–	1,651	1,626	1,588	1,627	1,639	
	Коефіцієнт автокореляції ряду (С)	–	-0,238	-0,161	-0,105	-0,173	-0,175	
20	Показник Херста (Н)	–	0,301	0,321	0,321	0,248	0,377**	Антиперсистентний
	Фрактальна розмірність (ФР)	–	1,699	1,679	1,679	1,752	1,623	
	Коефіцієнт автокореляції ряду (С)	–	-0,241	-0,219	-0,219	-0,263	-0,157	

* Випадковий; ** антиперсистентний.

спостережень характеризувався як випадковий, а за квітень — травень був антиперсистентним.

Урожайність зернових культур у динамічних рядах визначалася розрахунком середніх значень за періодами — 40, 20, 10 і 5 років. Порівняння середніх значень проводили порівнянням середніх значень коротших відрізків рядів динаміки із середніми значеннями за 40 років (табл. 2). У середньому за 20 років рівень урожайності пшениці мав тенденцію до зниження відносно середнього рівня за 40 років, але збереглася стійка тенденція до його зростання за безполіцевих обробітків. За аналогічним принципом знижувалися коефіцієнти варіації врожайності: за безполіцевого обробітку — до рівня 20,2–22,9%.

За коротші відрізки часу (10 і 5 років) відбулося істотне зростання врожайності зерна пшениці порівняно з контролем без унесення добрив і середньою врожайністю

за 40 років. У сівозміні з горохом вищий урожай отримано за оранки (5,38–5,88 т/га) проти 5,22–5,36 т/га за глибокого безполіцевого обробітку та 5,24–5,41 т/га — за поверхневого обробітку.

Унесення добрив сприяло зниженню коефіцієнтів варіації врожайності пшениці, які становили 21,5–25,4% і 20,6–21,4% відповідно до сівозміни з горохом і травами. У середньому за 20 років рівень урожайності пшениці мав тенденцію до зниження відносно середнього рівня за 40 років, але збереглася стійка тенденція до його зростання за безполіцевих обробітків.

За коротші відрізки часу (10 і 5 років) відбулося істотне зростання врожайності зерна пшениці щодо контролю без добрив і середньої врожайності за 40 років. У сівозміні з горохом середня врожайність кукурудзи за 40 років була найвищою за оранки і безполіцевого обробітку (6,32–6,38 т/га), за 20 і 10 років вона зросла на 0,80–1,50 т/га

2. Продуктивність сівозмін різного типу та коефіцієнти варіації продуктивності за окремі періоди проведення досліджень

Періоди дослідження, років	Сівозміна: до 60% — зернові; до 20% — зернобобові; до 20% — буряки цукрові						Сівозміна: до 60% — зернові; до 20% — буряки цукрові; до 20% — багаторічні трави					
	Оранка на 20–22 см	Коефіцієнт варіації, Кв	Безполіцевий на 20–22 см	Коефіцієнт варіації, Кв	Поверхневий на 10–12 см	Коефіцієнт варіації, Кв	Оранка на 20–22 см	Коефіцієнт варіації, Кв	Безполіцевий на 20–22 см	Коефіцієнт варіації, Кв	Поверхневий на 10–12 см	Коефіцієнт варіації, Кв
<i>Пшениця озима</i>												
<i>Без унесення добрив (контроль)</i>												
40	3,31	33,2	3,59	28,3	3,52	26,3	3,17	31,7	3,42	25,1	3,46	24,9
20	2,79*	33,4	3,09*	26,8	3,06*	26,4	2,71*	27,7	3,04*	24,1	3,11*	21,9
10	3,16*	28,8	3,38	24,5	3,33	27,9	3,13	22,0	3,27	19,6	3,33	16,0
5	3,49	30,0	3,64	26,3	3,68	28,5	3,37*	19,5	3,44	18,4	3,35	17,9
<i>N₆₀P₆₀K₆₀</i>												
40	4,94	25,4	5,01	22,0	4,95	21,5	4,63	21,6	4,81	20,6	4,72	21,4
20	4,70	27,9	4,76	21,4	4,83	20,2	4,50	23,2	4,69	22,9	4,57	23,3
10	5,38*	24,5	5,22*	19,6	5,24*	19,4	5,05	13,5	5,37*	11,9	5,29*	11,4
5	5,88*	26,2	5,36*	22,7	5,41*	23,5	5,17*	17,2	5,26*	15,4	5,08*	13,3
<i>Кукурудза (середнє по сівозмінах) — N₉₀P₆₀K₆₀</i>												
40	6,38	30,5	6,32	29,9	6,03	32,2	6,58	31,1	6,63	29,6	6,19	31,6
20	7,18	28,3	7,28	25,3	7,03	26,7	7,31	26,7	7,47	24,8	7,15	25,3
10	7,89*	21,7	7,81*	16,6	7,73*	18,6	7,98*	20,6	7,94*	21,0	7,76*	16,8
5	8,22*	23,6	7,79*	18,5	7,81*	21,9	8,41*	24,8	7,92*	26,3	7,77*	21,1

*t_{кр} Ст.>2; P(t_{кр} Ст.) <0,005, F_{кр} Фіш.(ф)>F_{кр} Фіш. (табличне); P(F_{кр})>0,05.

3. Статистична оцінка за нормованим розмахом Херста врожайності зернових культур за періодами спостережень для умов Лівобережного Лісостепу (1913–2015 рр.)

Унесено добрив	Оранка на 20–22 см			Безполицевий на 20–22 см			Поверхневий на 10–12 см		
	*Н	**D	***С	*Н	**D	***С	*Н	**D	***С
<i>До 60% — зернові; до 20% — буряки цукрові; до 20% — багаторічні трави</i>									
<i>1975–2015 рр.</i>									
Без добрив	0,310	1,69	0,30	0,324	1,68	0,27	0,318	1,68	0,28
А	0,401	1,59	0,15	0,404	1,59	0,14	0,418	1,58	0,12
<i>1975–1995 рр.</i>									
Без добрив	0,305	1,70	0,31	0,345	1,66	0,24	0,346	1,65	0,24
А	0,392	1,61	0,16	0,410	1,59	0,33	0,412	1,59	0,35
<i>1996–2015 рр.</i>									
Без добрив	0,441	1,56	0,08	0,403	1,61	0,14	0,383	1,62	0,18
А	0,432	1,57	0,09	0,491	1,51	0,014	0,475	1,53	0,04
<i>До 60% — зернові; до 20% — зернобобові; до 20% — буряки цукрові</i>									
<i>1975–2015 рр.</i>									
Без добрив	0,362	1,64	0,21	0,334	1,67	0,26	0,379	1,62	0,21
А	0,357	1,64	0,22	0,379	1,62	0,18	0,404	1,59	0,16
<i>1975–1995 рр.</i>									
Без добрив	0,368	1,63	0,21	0,374	1,63	0,19	0,451	1,55	0,07
А	0,342	1,66	0,24	0,420	1,58	0,12	0,441	1,56	0,08
<i>1996–2015 рр.</i>									
Без добрив	0,465	1,54	0,05	0,467	1,54	0,05	0,455	1,56	0,07
А	0,499	1,50	0,01	0,493	1,51	0,01	0,556	1,44	0,06

* Н — показник Херста; ** D — фрактальна розмірність; *** С — міра автокореляції; А — $N_{62}P_{62}K_{81}$.

у сівозміні з горохом і на 0,79–1,36 т/га — у сівозміні з травами за глибоких обробітків. Достовірне зростання врожайності зерна кукурудзи отримано за останні 5 років за оранки — 8,22–8,41 т/га, за безполицевого обробітку вона стабілізувалася на рівні 7,79–7,81 т/га. Коефіцієнти варіації (Кв) урожайності кукурудзи за 40 років були на рівні 30,5–31,0% за оранки; 29,6–29,9% — за безполицевого обробітку та вище 30% — за поверхневого обробітку. За 20 років Кв набув тенденції до зниження, яке було більш вираженим за безполицевого обробітку — 24,8–25,3% проти 26,7–28,9% за оранки. За 10 років спостережень Кв набув істотного зниження за безполицевого обробітку (16,6–21,0%) проти 20,6–21,7% за оранки. За останні 5 років Кв дещо зріс відносно 10-річних спостережень,

але залишився в межах допустимих значень (Кв=30%).

Оцінка рядів динаміки зернових культур за 1975–2015 рр. за нормованим показником Херста (Н) на контролі без добрив показала антиперсистентність динаміки в досліджуваних сівозмінах за безполицевого обробітку ($H < 0,354$), а за оранки і поверхневого обробітку ряди динаміки носили випадковий характер ($H > 0,354$). За внесення добрив ряди динаміки врожайності зернових культур мали стійкий випадковий характер ($H = 0,354 - 0,649$). За 1975–1995 рр. ряди динаміки зернових культур були антиперсистентними ($H < 0,337$) у варіантах без унесення добрив, за їх унесення — випадковими ($H = 0,337 - 0,663$). За 1995–2015 рр. ряди динаміки зернових культур носили випадковий характер ($H > 0,337$) (табл. 3).

Висновки

Проведений R/S аналіз виявив проміжки часових масштабів антиперсистентності поведінки рядів кліматичних параметрів та наявні цикли. Крім річного циклу, чітко виявляється 12-річний кліматичний цикл, причиною якого може бути сонячна активність.

У сучасних умовах господарювання зміна клімату, зокрема підвищення температури в умовах центральної частини Лівобережного Лісостепу, сприяє зростанню врожайності зернових культур за весь період досліджень. Циклічність зміни врожайності зернових культур становить 4–5 років.

Бібліографія

1. Скритник О.Я. Фрактальний аналіз часових рядів даних спостережень за температурою повітря в Україні/О.Я. Скритник, О.А. Скритник, Д.О. Ошурко//Гідрологія, гідрохімія і гідроекологія. — 2013. — Т. 2(29). — С. 89–95.
2. Mandelbrot B.B. When can price be arbitrated efficiently? A limit to the validity of the random walk and martingale//Models Review of Economics and Statistics. — 1971. — 53, № 3. — P. 225–236.
3. Mandelbrot B. Statistical Methodology for Non-Periodic Cycles: From the Covariance to R/S Analysis// Annals of Economic and Social Measurement. — 1972. — № 1. — P. 259–290.
4. Mandelbrot B.B. The (mis)behavior of markets: a fractal view of risk, ruin and reward/B.B. Mandelbrot, R. Hudson. — New York, N.Y.: Basic Books, 2004. — 328 p.
5. Peters E.E. Fractal market analysis: applying chaos theory to investment and economics/E.E. Peters. — John Wiley & Sons, Inc, 1994. — 336 p.
6. Parzen E. Long memory of statistical time series modeling/E. Parzen//Texas A&M University, NBER/NSF Time Series Conference, 2004. — 10 p.
7. Hurst H.E. Long-Term Storage Capacity of Reservoirs/H.E. Hurst//Transactions of the American Society of Civil Engineers. — 1951. — V. 116. — P. 770–799.
8. Hurst H.E. Long-term Storage of Reservoirs/H.E. Hurst//Там само. — 1951. — V. 116. — P. 776–808.
9. Моисеев К.Г. Применение методов подобия к физическому эксперименту/К.Г. Моисеев//

Физические, химические и климатические факторы продуктивности полей. — СПб.: ПИЯФ РАН, 2007. — С. 72–77.

10. Найман Э. Расчет показателя Херста с целью выявления трендовости (персистентности) финансовых рынков и макроэкономических индикаторов/Э. Найман//Економіст. — 2009. — № 10. — С. 25–29.

11. Лыков И.А. Влияние изменения функции Херста на возможности экономического прогнозирования/И.А. Лыков, С.А. Охотников//Фундаментальные исследования. — 2013. — № 10. — С. 1539–1544.

12. Грицюк П.М. Дослідження циклічності природних процесів методом полігармонічного аналізу/П.М. Грицюк//Штучний інтелект. — 2006. — № 2. — С. 294–297.

13. Грицюк П.М. Застосування R/S-аналізу для перевірки гіпотези про циклічність урожайності зернових культур/П.М. Грицюк// PDMU-2007: Тези доповід. міжнар. конф. — Крим (Новий світ), 2007. — С. 52–54.

14. Булигін С.Ю. Енергоконверсія органічних ресурсів для відтворення родючості ґрунтів і виробництва біопалива/С.Ю. Булигін, О.В. Демиденко, В.А. Величко//Вісн. аграр. науки. — 2017. — № 3. — С. 54–62.

15. Агрокліматичні умови формування продуктивності сівозмін Лівобережного Лісостепу України: моногр.; за ред. О.В. Демиденка, І.С. Шаповал. — Чорнобай: Чорнобаївське КПП. — 2015. — 152 с.

Надійшла 7.04.2017.